L A B O R A T O I R E   S P H E R E ,   U M R   7 2 1 9

# SÉMINAIRE HISTOIRE ET PHILOSOPHIE DES MATHÉMATIQUES

History and Philosophy of Mathematics

**2020 – 2021**

Le séminaire d'histoire et de philosophie des mathématiques est le point de rencontre des différents axes de l'Unité travaillant autour des mathématiques. Il entend favoriser le dialogue entre philosophes et historiens en prenant soin de toujours revenir aux sources textuelles - les orateurs sont vivement encouragés à fournir les documents permettant aux participants d'y accéder.

Coordination : Azmiya Padavia, Arilès Remaki, Alexis Trouillot, (Univ. de Paris–ED623, SPHere)

## CALENDRIER

Séance mensuelle le lundi, de 9h30 à 17h30, sauf exception.
En raison de la situation sanitaire, les séances se déroulent actuellement en visioconférence.

Les modalités de connexion et le contenu des séances sont détaillés sur notre site.
http://www.sphere.univ-paris-diderot.fr/spip.php?article797

12 octobre 2020
**Usages des polynômes pour établir des équations**
Séance organisée par Karine Chemla (SPHere, CNRS-Université de Paris & Radcliffe Institute, Harvard University)

9 novembre
**Séance de travail autour de la notion d'ancrage matériel des raisonnements**
Séance organisée par David Rabouin et Eric Vandendriessche (CNRS, SPHere)

7 décembre
**Tableaux, tables et raisonnements**
Séance organisée par Agathe Keller (CNRS, SPHere)

3 janvier 2021
**Ces nombres que l'on n'additionne pas**
Séance organisée par Karine Chemla, Christine Proust (CNRS, SPHere)

8 février
**Nombres et symboles**
Séance organisée par Nicolas Michel (Univ. d'Utrecht, dpt de mathématiques, & SPHere)
et Juan Luis Gastaldi (ETH Zurich, & SPHere)

8 mars, séance annulée
**History of Mereology in pre-Modern Science**)

12 avril
**Émile Borel : mathématicien, organisateur de la science, politique et intellectuel**
Séance organisée par Martha Cecilia Bustamante (SPHere)

10 mai
**Notion d'objet quelconque ou arbitraire en mathématiques**
Séance organisée par Brice Halimi (HPS, Univ. de Paris, & SPHere)

7 juin
Préparation du programme 2021–22

12 octobre 2020, 9:30–13:00

**Usages des polynômes pour établir des équations**

Séance organisée par Karine Chemla

L'historiographie des mathématiques médiévales et modernes propose d'identifier, dans des textes en arabe du XII$^{e}$ siècle, dans des textes en chinois du XIII$^{e}$ siècle, dans des textes italiens du XIV$^{e}$ siècle, et dans bien d'autres, l'introduction de « polynômes » et le développement de savoirs et de pratiques à leur sujet, sans véritablement les comparer les uns et les autres, ou même aborder la question de possibles liens historiques entre eux. S'agit-il, dans ces divers contextes où un lecteur moderne voit des « polynômes », des mêmes entités, et si tel n'est pas le cas, en quoi diffèrent-elles ? Quelles furent, ici et là, les fonctions qui leur furent dévolues, les notations qui leur furent associées, et quelles opérations leur appliqua-t-on ? Quels types de liens les acteurs tissèrent-ils, dans les divers contextes, entre elles et d'autres entités mathématiques avec lesquelles ils les articulèrent ? Peut-on saisir les processus historiques au terme desquels ces entités « polynômes » furent introduites ? En quoi cet examen peut-il éclairer le concept moderne de polynôme et ses parents anciens ? Voici quelques-unes des questions auxquelles nous tâcherons d'élaborer des réponses collectivement.

9:30–10:00
Karine Chemla
*Un tour de la bibliographie sur le sujet*

10:00–10:45
Karine CHEMLA (SPHere, CNRS-Université de Paris & Radcliffe Institute, Harvard University)
*Les polynômes en Chine au XIII$^{e}$ siècle : une transformation matérielle du travail diagrammatique sur les équations ?*

Les traditions mathématiques en Chine qui reconnaissent *Les Neuf Chapitres sur les Procédures Mathématiques* (premier siècle de notre ère) comme un canon attestent, jusqu'au XVII$^{e}$ siècle et au-delà, un travail sur les équations algébriques conçues comme des opérations arithmétiques. Ces traditions abordent toutes la résolution de ces équations par analogie avec la division, même si cette analogie prend des formes différentes chez différents auteurs et à différents moments. En revanche, on note une transformation radicale, en Chine, entre le I$^{er}$ et le XIII$^{e}$ siècle, des modalités d'établissement des équations. Tandis que les témoignages écrits montrent qu'avant le XII$^{e}$ siècle, les acteurs établissaient des équations par un travail diagrammatique, plusieurs traités du XIII$^{e}$ siècle donnent à voir comment il est loisible d'atteindre cet objectif en utilisant des polynômes, dont on discutera la nature, ainsi que des opérations sur ces polynômes. L'historiographie a mal dégagé cette histoire, sans doute pour deux raisons. Pour l'appréhender, il faut tenir compte, avant le X$^{e}$ siècle, de pratiques matérielles qui ne laissent que des traces indirectes dans les écrits. De plus, il faut comprendre les modalités de leur transformation ultérieure (au moins partielle) en des pratiques sur le papier. Qui plus est, les historiens ont le plus souvent confondu équations et polynômes, traitant ces derniers dans l'ombre des premières. Mon exposé vise à étayer l'hypothèse selon laquelle l'algèbre polynomiale qu'attestent les ouvrages du XIII$^{e}$ siècle dérive du travail diagrammatique à l'aide duquel les acteurs d'antan établissaient les équations. J'explorerai alors les conséquences de cette transformation.

10:45–11:00 pause

11:00–11:45
Agathe KELLER (CNRS, SPHere)
*L'Algèbre de Bhāskara II : avec ou sans polynômes ? Une approche opératoire*

Dans une historiographie obsédée par l'idée de prouver qu'il existait une algèbre digne de ce nom dans les sources sanskrites, peu d'études se sont penchées sur le point de vue que les auteurs avaient eux-mêmes de cette discipline et des objets qui la constituaient.

Dans cette présentation, j'entends me tourner vers l'Algèbre (*Bijaganita*) de Bhāskara II (né en 1114), afin de mettre en avant la dimension opératoire de son algèbre. Il s'agira ainsi d'examiner les divers opérandes qui servent à construire des équations : comment sont introduites, définies et notées ce qu'il appelle des « indéterminées » (*avyakta*) ? Comment opère-t-on sur elles ? Existe-t-il des objets intermédiaires, entre l'indéterminée seule et l'équation (*samīkaraṇa*) ? Et définit-il des opérations sur de tels objets ? Cet exposé soulignera que ce qu'une lecture moderne regroupe sous le seul terme de « polynôme » peut correspondre à des opérandes ayant différents noms ou statuts dans l'algèbre de Bhāskara II. On pourra alors tenter de voir si ces opérandes sont mises en œuvre non seulement dans la construction des équations mais également dans les procédures de résolution.

->

11:45–12:30
Odile KOUTEYNIKOFF (SPHere)
*Le « grand art » de Guillaume Gosselin : les objets du calcul algébrique*

Les textes du XVI[e] siècle en lesquels on reconnaît des traités d'algèbre traitent du « calcul cossique », c'est-à-dire des opérations sur les « nombres cossiques », objets mathématiques assimilables mais non identifiables aux monômes modernes. Ces nombres cossiques, dont les appellations et les désignations sont fluctuantes d'un auteur à l'autre, sont ajoutés et retranchés pour constituer des expressions elles-mêmes assimilables mais non identifiables aux polynômes modernes, puisqu'elles ne sont pas vues comme des entités propres. Les algorithmes de résolution des équations et leurs éventuelles justifications apparaissent alors comme une forme plus ou moins avancée du calcul algébrique. Ainsi, Guillaume Gosselin, dans son *De Arte Magna libri quatuor* de 1577, pose comme « fin de l'algèbre, la connaissance de la quantité inconnue par le moyen de 'l'égalisation', que l'on cherche en retranchant ou ajoutant les quantités principales que sont le nombre, le côté, le quarré ». Au-delà de ces quantités principales, nous examinerons le procédé retenu par Gosselin pour l'engendrement des dénominations successives. Il sera alors intéressant de questionner la solidité de leur statut à travers les démonstrations 'arithmétiques' que Gosselin donne des algorithmes de résolution des équations quadratiques.

12:30–13:00 Discussion

Bibliographie préparée par K. Chemla, S. Confalonieri, A. Keller, O. Kouteynikoff, D. Rabouin, E Sammarchi :


– DATTA, Bibhutibhusan, et Avadhesh Narayan SINGH, *History of Hindu Mathematics*. Vol. 2. Lahore : Motilal Banarsidass, 1938. p. 9-35
– FARÈS, Nicolas, As-Samawal, chapitre 4 de *Naissance et développement de l'algèbre dans la tradition mathématique arabe*, Beyrouth, 2017.
– HAYASHI, Takao. « Bījagaṇita of Bhāskara ». *SCIAMVS Sources and Commentaries in Exact Sciences 10* (2009) : 3 301. p. 110-117 et p. 129-130
– LI Yan, and DU Shiran. (J. N. Crossley and A. W. C. Lun, trans.) (1987) *Chinese mathematics : a concise history*. Oxford [England] : Clarendon Press, p. 135-148.
– Ken Manders. "Algebra in Roth, Faulhaber and Descartes". *Historia Mathematica*, 2006, 33, p. 184–209.
OAKS, Jeffrey. « Polynomials and Equations in Arabic Algebra », *Archive for history of exact sciences*, 63, 2009, p. 169–203.
– OAKS, Jeffrey. « Polynomials and Equations in medieval Italian algebra », *Bollettino di storia delle scienze matematiche*, 30, 2010, p. 23–60.
– Rashed, Roshdi. « L'extraction de la racine nième et l'Invention des fractions décimales (XI[e]-XII[e] Siècles) », *Archive for history of exact sciences* 18, 1978, p. 191-243. En particulier les pages 220-226
– Van Praag, Paul. « Pedro Nuñez, Simon Stevin, et le plus grand commun diviseur des polynômes » (en ligne ici : https://math.umons.ac.be/preprints/src/VanPraagVp23.pdf)
– Stedall, Jacqueline. *From Cardano's great art to Lagrange's reflections : filling a gap in the history of algebra*, EMS, 2011


9 novembre

**Séance de travail autour de la notion d'ancrage matériel des raisonnements**

Séance organisée par David Rabouin et Eric VANDENDRIESSCHE, (CNRS, SPHere), en visioconférence

Dans cette séance de travail, nous nous intéresserons à la notion d'ancres matérielles (*material anchors*) des raisonnements, introduite par l'anthropologue Edwin Hutchins. La première partie de la séance sera consacrée à présenter les idées de Hutchins et ses possibles prolongements en histoire des mathématiques (études des diagrammes géométriques grecs anciens) et en philosophie (notion de « raisonnement par procuration » - *surrogate reasoning*). Elle sera suivie par une table ronde où seront explorées les possibilités de prolonger les idées de Hutchins du côté de l'histoire, de la philosophie, de la logique et de l'anthropologie.

14:15
David RABOUIN (CNRS, SPHere, & ANR Mathesis)
*La notion d'ancrage matériel d'après Hutchins*

15:00
Table ronde : Sophie DESROSIERS (EHESS, CRH), Valeria GIARDINO (CNRS, Institut Jean Nicod) et David WASZEK (Université McGill)

16:00–16:30 : Discussion

7 décembre

**Tableaux, tables et raisonnements**

Séance organisée par Agathe Keller (CNRS, SPHere) en visioconférence

Nous proposons au cours de cette demi-journée de réfléchir ensemble à la manière dont les dispositifs tabulaires sont articulés à des théories mathématiques : est ce qu'elles en permettent l'expression, l'exploration, l'élaboration ? Comment est ce que de tels dispositifs reflètent, aident, expriment le raisonnement ? L'objet table est par ailleurs une manière d'introduire dans le séminaire une réflexion sur les pratiques mathématiques en astronomie, qui a beaucoup utilisé ce type de dispositif. Cette demi-journée s'inscrit à la suite d'un long programme d'exploration de l'histoire des tables numériques au sein de ce séminaire (cf notamment ANR Tables numériques dirigé par D. Tournes 2009-2013) et qui pourrait se prolonger aussi sur un travail autour des tables trigonométriques.

Arilès REMAKI (Université de Paris, ED 623, SPHere)

*Comment repérer les raisonnements implicites que dissimulent les tables en histoire des mathématiques ? Exemples au XVII^e^ siècle*

Les tables et les tableaux sont des objets multiformes et multi-usages que l'historien peut croiser à tous les étages, aussi bien dans son corpus que dans son propre travail d'analyse, aussi bien dans les sources primaires que secondaires. Les tables retiennent dans leurs structures propres un grand nombre d'opération : classement, calcul, dérivation, décomposition, association etc. Mais la majeure partie de ces attributs opératoires sont implicites, dissimulée sous l'architecture rationnelle des tables. L'interprétation de la table dépend donc d'un sous-texte, très souvent absent, et dont la reconstitution s'ajoute à la tâche de l'historien. A travers plusieurs exemples (particulièrement chez Mersenne et Leibniz) tirés de mes propres travaux ainsi que de ceux d'Ernest Coumet, je vais montrer comment cette problématique se révèle capitale dans l'étude des textes de combinatoire du XVII^e^ siècle.

Matthieu HUSSON (PI ERC ALFA, Syrte, Observatoire - PSL) et Samuel GESSNER (post-doc ERC ALFA, Syrte, Observatoire - PSL)

*Movement of the fixed stars: between tabular and figurative approaches in Alfonsine astronomy (14th–15th c.)*

The fixed stars appear to globally shift with respect to the Sun's path (ecliptic) with a slow movement over the centuries. For this slowness astronomers had a hard time to predict it and they produced several opposing accounts for it. The Alfonsine astronomers in Paris (around 1300) have uniquely attributed a double movement to the sphere of the fixed stars : one uniform eastward trend and another oscillating movement (trepidation) superposed to the first. According to preserved sources, the first (Latin) expressions of this theory rely on numerical tables. They allowed astronomers to obtain realistic values for the slow shift for their time. Tabular presentation suggested the theoretical idea of a double movement. Documents preserved from the 15th century onwards witness attempts to a "figurative" expression of that double movement. Several figurative formats can be compared : geometric diagrams, scaled and graduated mathematical instruments, and even scaled 3-dimensional objects. We will argue that each of the formats (tabular or figurative) in which the Alfonsine theory is expressed in offers more or less evident occasions for the astronomers to refine the theory or to identify problems of various kinds

3 janvier 2021

**Ces nombres que l'on n'additionne pas**

Séance organisée par Karine Chemla et Christine Proust

Christine PROUST (CNRS, SPHere)

*Nombres et opérations selon les textes mathématiques cunéiformes :
du paradigme linéaire aux problèmes quadratiques*

« Les nombres se composent d'unités. Par unité on doit entendre tout ce qui sert de terme de comparaison. » « Il y a donc quatre opérations principales dans l'arithmétique : ce sont l'addition, la soustraction, la multiplication et la division. » Cette définition des nombres (entiers) et de l'arithmétique, munie de ses quatre opérations, est donnée dans le *Nouveau Manuel d'Arithmétique* rédigé d'après Bezout par Fontanelle, revu, corrigé et augmenté par Teyssèdre en 1836 (p. 15, 33). Dans cet exposé, je présenterai une arithmétique où les nombres ne sont pas composés d'unités et ne peuvent pas être comparés, et où l'addition et la soustraction ne font pas partie des opérations principales. Une observation attentive des textes scolaires produits dans les écoles des scribes de Mésopotamie au début du deuxième millénaire avant l'ère commune permet de découvrir une arithmétique de nombres flottants sur lesquels agissent uniquement des multiplications et des divisions. Mon but est de montrer en quoi l'idée d'additionner des nombres flottants, qui apparaît dans les procédures de résolution des problèmes quadratiques, est une audacieuse invention mathématique.

Karine CHEMLA (SPHere, CNRS-Université de Paris & Radcliffe Institute, Harvard University)
*Kummer et les diviseurs idéaux*

Dans son excellent livre *Fermat's Last Theorem* (1977, Springer), Harold Edwards critique le choix terminologique d'Edouard Kummer, lorsque ce dernier propose d'appeler « nombres complexes idéaux » les diviseurs idéaux d'entiers cyclotomiques qu'il introduit (p. 142). L'une des raisons qui motivent la critique d'Edwards, c'est qu'il « n'y a aucune manière d'additionner ces nombres qui aurait un sens et qu'appeler des choses « nombres » quand elles ne peuvent être additionnées peut induire en erreur ». De fait, cette journée montrera qu'il ne s'agirait là nullement du seul cas, ni même du plus ancien, où des nombres qui ne s'additionnaient pas furent introduits en mathématiques. Mais, dans le cas en question, cette remarque pose la question de savoir pourquoi Kummer opte pour cette terminologie et, au-delà, des processus au travers desquels ces nombres devinrent des nombres qu'on pouvait additionner. Mon exposé proposera plus largement une perspective d'où lever les critiques qu'Edwards formule à l'égard des termes choisis par Kummer.

Nicolas MICHEL (Université d'Utrecht, Dpt de Mathématique, & SPHere)
*Le problème de l'addition dans la genèse du calcul de Schubert*

Le calcul de Schubert, tel qu'on l'interprète aujourd'hui, repose sur un calcul algébrique des conditions géométriques, symbolisées par des lettres sur lesquelles opèrent une addition et une multiplication. Ces opérations sont, aujourd'hui, comprises par analogie avec les opérations de la logique algébrique de Boole et Schröder, c'est-à-dire comme disjonction et conjonction. Néanmoins, au cours de la genèse de ce calcul dans la décennie 1870, l'addition s'est révélée être un symbole et un concept problématique pour Schubert, qui ne savait comment lui donner une interprétation géométrique stable. Dans cet exposé, nous verrons les tentatives successives par lesquelles Schubert a cherché à former une algèbre des conditions, et pourquoi l'addition des 'nombres géométriques' s'est révélée plus difficile que leur multiplication.

8 février

**Nombres et symboles**

Séance organisée par Nicolas Michel et Juan Luis Gastaldi

14:00–15:00
David DUNNING (Oxford University)
*Writing the Rules of Reason: Inscriptive Practice and the Rise of Mathematical Logic*

I will introduce my current book project, in which I explore logic's transformation into a mathematical science through the lens of notation. Beginning with Boole and moving through Frege, Peano, and others into the critical years of the 1930s, I track how writers developed new symbolic systems for representing logic on paper, and how these systems eventually became not just tools but objects of scientific inquiry. Each new notation entailed a way of interacting with marks on paper, a manner of training students, and a vision for why people might need a science of logic. I argue that ultimately the proliferation of notations disciplined students to see any given symbolic system as contingent, and to see potential in that contingency. The diversity of the writing practices through which logic became mathematical transformed it into a discipline that not only employed symbolic systems but took such systems as its fundamental concern.

15:15-16:15
Nicolas MICHEL (Utrecht University, depmt of Mathematics, & SPHere)
*Symbols, signs, or marks ? Schubert on the manipulation of numbers.*

In all of the scientific endeavours of German mathematician Hermann Schubert, numbers play a central role. His enumerative calculus was built upon a concept of "geometrical number" ; his philosophical essays largely focused on his monistic conception of systems of numbers and drew from ethnographical studies of the writing of number-signs in non-Western peoples ; and he penned several textbooks on elementary arithmetic. While the importance of the concept of number in 19th German mathematics is well-known, Schubert's pluralistic approach to it stands out by its constant focus on the ways in which numbers were materialized and manipulated as symbols, signs, or even physical marks "in the wild". It will be showed how from these studies of the writing of numbers, Schubert drew a picture of the mathematician as a free creator of signs and meaning.

16:30–17:30
Table ronde animée par Juan-Luis GASTALDI (UTH Zurich, & SPHere), David WASZEK (McGill University) autour du thème "Nombres & Symboles au XIX$^{e}$ siècle, perspectives historiques et philosophiques"

12 avril

**Émile Borel : mathématicien, organisateur de la science, politique et intellectuel**

Séance organisée par Martha Cecilia Bustamante

9:30–10:45
Laurent MAZLIAK (LPSM)
*Borel : la réponse probabiliste d'un cantorien déçu…*
Si au début de sa vie professionnelle, et notamment dans l'écriture de sa thèse (soutenue en 1894), Borel se montre un disciple enthousiaste de Cantor, une sorte d'inquiétude commence à l'habiter au milieu des années 1890 sur ce qui lui paraît un usage excessif de constructions logiques qui, perdant le contact avec les problèmes mathématiques, risquent de créer des antagonismes regrettables dans une communauté qui à ce moment précis cherche à se montrer sous un jour uni avec la création des congrès internationaux. Après des tâtonnements dans les premières années du siècles (dont un célèbre échange sur l'axiome du choix), la découverte en 1905 du calcul des probabilités et du rôle que peut y jouer la toute nouvelle théorie de la mesure des ensembles fut pour Borel l'occasion d'un bouleversement majeur de sa vie intellectuelle, renforcé par le constat que les mathématiques du hasard étaient aussi centrales pour aborder certaines questions issues de la physique nouvelle ou de problèmes sociaux.

11:00–12:15
Martha Cecilia BUSTAMANTE (SPHere)
*Borel et l'article de Paul et Tatiana Ehrenfest sur les fondements de la mécanique statistique*.
On examinera les circonstances dans lesquelles Borel a préparé la version en français de l'article des Ehrenfest sur la mécanique statistique paru dans l' Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften de Felix Klein. On s'appuiera pour cela sur une documentation très diverse : des lettres de Borel et Jules Molk, un manuscrit embryonnaire du Supplément II, la correspondance de Borel avec Fernand Lebeau et enfin des tirés à part de l'article.

12:30–13:45
Alain BERNARD (Ecole Centrale Nantes)
*Borel et l'approche scientifique des questions de morale et de progrès social*.
L'examen de la correspondance éditorial de Borel autour des premiers articles publiés dans la Revue du Mois, qu'il fonde en 1905 avec son épouse Camille Marbo, révèle que le mathématicien porte un intérêt marqué à plusieurs débats alors en vogue dans les milieux intellectuels dont il se rapproche alors. Nous montrerons que les uns porte sur les fondements scientifiques de la morale, les autres sur l'interprétation philosophique et sociale donné au second principe de la thermodynamique. Dans les deux cas la contribution de Borel à ces questions les relie à la question, nouvelle pour lui alors, de l'intervention des probabilités dans l'éducation et la vie pratique.

14:45–16:00
Mathias CLERY (GHDSO)
*Organiser l'activité probabiliste parisienne dans l'entre-deux-guerres : Borel mathématicien, éditeur, professeur et académicien*.
Devenu un parton des mathématiques au début des années 1920, Borel est en mesure de mener une véritable politique scientifique pour développer les recherches probabilistes à Paris en construisant une dynamique collective. Cette politique coordonne des actions dans le domaine éditorial, dans la formation mathématique de la faculté des sciences de Paris et dans l'activité de l'Académie des sciences. Elle contribue à installer le calcul des probabilités au sein de l'activité mathématique parisienne et internationale, au moins jusqu'en 1940.

10 mai

**Le concept d'objet quelconque, entre mathématiques et philosophie**

Séance organisée par Brice Halimi

11:00–12:30
Michel VAQUIE (Institut de Mathématiques de Toulouse)
*De l'objet quelconque au contre-exemple*

Je regarderai comment au sein d'une théorie donnée (en me concentrant essentiellement sur la théorie des anneaux), nous sommes amenés à introduire de nouvelles hypothèses, à enrichir la théorie pour avoir de nouveaux théorèmes, et ainsi à modifier la notion d'objet quelconque par ces enrichissements. La théorie des anneaux, en effet, comporte de nombreux contre-exemples à certaines propriétés naturelles. Quel statut donner à ces contre-exemples, au regard de la notion d'objet (ici : d'anneau) quelconque : une propriété vraie d'un anneau quelconque est-elle une propriété satisfaite par un anneau générique (qui se comporte bien), ou bien par n'importe quel anneau, même très « pathologique » ?.

14:00–15-30
Sébastien RICHARD (Université libre de Bruxelles)
*Le quelque chose en général chez Husserl : des mathématiques à l'ontologie formelle*